TEHNOLOGIA INFORMAŢIEI ÎN OPTIMIZAREA ACTIVITĂŢILOR MILITARE

INFORMATION TECHNOLOGY IN OPTIMIZATION OF MILITARY ACTIVITIES

Col. (r) prof.univ.dr. Gelu ALEXANDRESCU*

Modelul matematic de programare liniară poate fi folosit în reprezentarea unui proces complex şi este constituit dintr-un ansamblu de ecuaţii, de inecuaţii sau din combinarea acestora, dintre care una reflectă scopul (obiectivul) urmărit, iar celelalte cuprind restricţiile de resurse sau de tehnologie.

The mathematical model of linear programming can be used in order to represent a complex process and consists of an ensemble of equations, instances, or their combination, one of which reflects the intended purpose (the objective), and the others contain the resource or technology constraints.

Cuvinte-cheie: programare liniară; model matematic; funcţie scop; soluţie optimă.
Keywords: *linear programming; mathematical model; goal function; optimal solution.*

În soluţionarea unei probleme de programare liniară, partea cea mai importantă, şi cea mai dificilă, o constituie realizarea modelului matematic. Astfel, pornind de la cerinţele beneficiarului, acestea trebuie analizate, sintetizate şi corelate, pentru a exprima atât esenţa, cât şi conţinutul problemei descrise prin modelul matematic. Constituirea modelului matematic conduce la reducerea complexităţii problemei, în condiţiile în care se aplică unele metode, algoritmi sau programe de calcul[1].

Prin rezolvarea modelului matematic, există posibilitatea alegerii variantei optime de utilizare a unor resurse date, în condiţiile existenţei a numeroşi parametri şi a unor restricţii impuse în rezolvare.

În soluţionarea problemelor specifice programării liniare, trebuie să se ţină seama de o serie de cerinţe, şi anume:

- rezolvarea problemei trebuie făcută în concordanţă cu scopul urmărit, iar acesta trebuie formulat astfel încât soluţia optimă să corespundă în ansamblul problemei, deoarece este posibil ca varianta optimă să nu avantajeze toţi beneficiarii cărora li se vor repartiza resurse;
- este necesar ca datele problemei să poată fi exprimate numeric (cantitativ). Aceste valori pot fi exprimate şi sub forma unor inegalităţi, în sensul ca anumite măsuri să nu depăşească o anumită valoare minimă sau maximă;
- posibilitatea punerii, sub forma ecuaţiilor sau a inecuaţiilor liniare corespunzătoare, a datelor problemei, a condiţiilor de restricţii şi a legăturii dintre acestea şi *funcţia scop* (*relaţia 1*)[2].

$$f = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j \qquad (1)$$

Pe mulţimea soluţiilor nenegative ale sistemului:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = 1,2,...m \\ &\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_i, \quad j = 1,2,...n \\ &x_{ij} \geq 0, \quad i = 1,2,....,m; \quad j = 1,2,...,n \end{aligned} \qquad (2)$$

în care: $a_i > 0$; $b_j > 0$; $c_j \geq 0$; $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

***Universitatea Naţională de Apărare „Carol I”**
e-mail: *alexandrescugelu@yahoo.com*

Valorile x_{ij}, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$ reprezintă cantităţile care trebuie transportate de la depozitele A_i, $i=\overline{1,m}$ la beneficiarii B_j, $j=\overline{1,n}$, iar c_{ij}, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$ reprezintă coeficienţii criteriului de eficacitate (km, cost, timp etc.) dintre depozitele A_i, $i=\overline{1,m}$ şi beneficiarii B_j, $j=\overline{1,n}$.

Rezolvarea unei probleme de transport implică anumite etape, printre care: obţinerea unei soluţii iniţiale de bază, de exemplu, prin *metoda elementului minim pe linie*, şi optimizarea soluţiei iniţiale de bază, prin *metoda distributiv - modificată*, elaborată de către G.B. Dantzig, Charnes şi Cooper.

Exemplu de calcul

Pentru executarea unor trageri cu armamentul din dotare, este necesară aprovizionarea cu muniţie a poligoanelor B_1–B_5 de la depozitele (sursele) A_1–A_3. Cantităţile de muniţie existente în depozite a_i, $i=\overline{1,3}$ (în tone) şi cele necesare de aprovizionat b_j, $j=\overline{1,5}$ (în tone), precum şi distanţele c_{ij}, $i=\overline{1,3}$ $j=\overline{1,5}$ (în kilometri) dintre surse şi beneficiari sunt prezentate în *tabelul nr. 1*.

Tabelul nr. 1

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	30	36	25	20	40	**10**
A_2	15	21	10	30	24	**16**
A_3	16	32	18	20	12	**14**
b_j	**4**	**10**	**12**	**10**	**4**	**40**

Se cere să se întocmească planul transporturilor, astfel încât activitatea totală de transport, măsurată în *tone kilometri*, să fie *minimă*.

Prin aplicarea metodei *elementului minim pe linie*, s-a obţinut o soluţie iniţială de bază (valorile boldite din *tabelul nr. 2*), a cărei *funcţie scop* este:

$$f = 10\cdot 20 + 4\cdot 15 + 12\cdot 10 + 10\cdot 32 + \\ + 4\cdot 12 = 748 \text{ t}\cdot\text{km}$$

Aplicarea *metodei distributiv-modificată*, pentru obţinerea unei soluţii optime, pornind de la o soluţie iniţială de bază, rezultată prin metoda *elementului minim pe linie* (valorile boldite din *tabelul nr. 2*), conduce la concluzia că soluţia obţinută este degenerată, deoarece numărul de valori $x_{ij} > 0$ sunt în număr de 5, iar numărul restricţiilor liniar independente este $m+n-1=7$. *Verificarea optimalităţii* soluţiei necesită înlăturarea soluţiei de bază degenerată. Înlăturarea degenerării se face prin ocuparea, în mod fictiv, a două celule (diferenţa dintre numărul restricţiilor liniar independente şi numărul de valori $x_{ij} > 0$) cu câte un „zero esenţial”.

Tabelul nr. 2

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	30	36	25	**10**/20	40	**10**
A_2	**4**/15	21	**12**/10	30	24	**16**
A_3	16	**10**/32	18	20	**4**/12	**14**
b_j	**4**	**10**	**12**	**10**	**4**	**40**

Determinarea celulelor ale căror valori au câte un „zero esenţial” $x_{ij} = 0$ şi care se vor introduce în soluţia de bază, pentru a se înlătura degenerarea, se poate efectua cu ajutorul procedeului cu ε. În acest scop, se consideră că se rezolvă, pentru moment (până la determinarea celulei care trebuie considerată celulă ocupată), o altă problemă de transport, în care a_i şi b_j sunt înlocuite cu:

$$\overline{a_i} = a_i, \qquad i=\overline{1,m-1};$$

$$\overline{a_m} = a_m + n\cdot\varepsilon, \quad \forall\,\varepsilon > 0, \quad \text{oricât de mic;}$$

$$\overline{b_j} = b_j + \varepsilon \qquad j=\overline{1,n};$$

Se adaugă la cerinţele beneficiarului, cantitatea ε (cantitate pozitivă, oricât de mică), având grijă ca, la valorile din soluţia de bază obţinută, să se ţină seama de aceste valori ale lui ε.

Se obţine *tabelul nr. 3*.

Tabelul nr. 3

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1				**10**		**10**
A_2	**4+ε**		**12-ε**			**16**
A_3		**10+ε**	0+2ε	0+ε	**4+ ε**	**14+5ε**
b_j	**4+ε**	**10+ε**	**12+ε**	**10+ε**	**4+ ε**	**40+5ε**

După această repartizare, se va face ε să tindă spre zero. Se determină, astfel, celulele, dintre cele libere, care trebuie considerate celule ocupate. Se obţin $x_{33} = 0$ şi $x_{34} = 0$, valori care vor intra în soluţia de bază, care va deveni o soluţie de bază nedegenerată a problemei analizate (*tabelul nr. 4*).

Se consideră toate costurile c_{ij}, care corespund celor m+n-1 valori $x_{ij} > 0$ (în acest caz, şi x_{33} şi x_{34}, cărora li s-a atribuit valoarea zero).

Tabelul nr. 4

B_j / A_i	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	30	36	25	**10/20**	40	**10**
A_2	**4/15**	21	**12/10**	30	24	**16**
A_3	16	**10/32**	**0/18**	**0/20**	**4/12**	**14**
b_j	**4**	**10**	**12**	**10**	**4**	**40**

Pentru fiecare coeficient c_{ij}, se pot determina câte două numere, u_i şi v_j, astfel încât:

$$u_i + v_j = c_j \quad \left(i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,n} \right) \qquad (3)$$

Sistemul (2) conţine (*m+n-1*) ecuaţii şi (*m+n*) necunoscute; el este deci nedeterminat şi admite o infinitate de soluţii.

Pentru a obţine pentru u_i şi v_j valori unice va fi suficient să se ia, pentru una dintre necunoscute, o valoare arbitrară (de exemplu, $u_1 = 0$).

Dintre soluţiile sistemului (2), se pot determina costurile:

$$\overline{c_{ij}} = u_i + v_j \qquad (4)$$

Dacă $c_{ij} \geq \overline{c_j}$ $\quad (i = \overline{1,m}\,,\ \ j = \overline{1,n})$, soluţia este optimă şi conduce la un minim.

Dacă $c_{ij} < \overline{c_j}$ $\ (i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,n})$, atunci soluţia nu este optimă şi va trebui îmbunătăţită, folosindu-se metoda distributivă.

Pentru exemplul analizat, se construieşte o matrice (*tabelul nr. 5*) cu costurile iniţiale c_{ij}, exprimate conform relaţiei (3), $u_i + v_j = c_j$, $(i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,n})$, în funcţie de u_i şi v_j (fără linia b_j şi coloana a_i), în care se evidenţiază celulele ocupate.

Tabelul nr. 5

v_j / u_i	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
u_1	30	36	25	20	40
u_2	15	21	10	30	24
u_3	16	32	18	20	12

Se formează sistemul de ecuaţii, dat în relaţia (3), şi se determină valorile u_i şi v_j, alegându-se pentru necunoscuta u_1 valoarea zero ($u_1 = 0$). Se obţine următorul sistem de ecuaţii:

$$\begin{aligned} u_1+v_4 &= 20\\ u_2+v_1 &= 15\\ u_2+v_3 &= 10\\ u_3+v_2 &= 32\\ u_3+v_3 &= 18\\ u_3+v_4 &= 20\\ u_3+v_5 &= 12 \end{aligned} \qquad (5)$$

cu soluţia: $u_1 = 0$; $u_2 = -8$; $u_3 = 0$; $v_1 = 23$; $v_2 = 32$; $v_3 = 18$; $v_4 = 20$; $v_5 = 12$.

Se construieşte o nouă matrice (*tabelul nr. 6*) cu costurile $\overline{c_{ij}}$, date de relaţia $\overline{c_{ij}} = u_i + v_j$, $(i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,n})$, unde u_i şi v_j reprezintă soluţiile sistemului (5).

Tabelul nr. 6

v_j / u_i	**23**	**32**	**18**	**20**	**12**
0	23	32	18	20	12
-8	15	24	10	12	4
0	23	32	18	20	12

Se construieşte o nouă matrice (*tabelul nr. 7*) cu diferenţele $s_{ij} = c_j - \overline{c_j}$ $\ i = \overline{1,m}\,,\ j = \overline{1,n}$ (se scad valorile corespunzătoare din *tabelele nr. 5 şi 6*), ale cărei costuri devin:

Tabelul nr. 7

v_j / u_i	**23**	**32**	**18**	**20**	**12**
0	7	4	7	0	28
-8	0	- 3	0	18	20
0	- 7	0	0	0	0

Criteriile de optim sunt: pentru f_{min} – în celulele ocupate trebuie să fie valori 0 (zero), iar în celulele libere valori ≥ 0; pentru f_{max} – în celulele ocupate valorile sunt egale cu 0 (zero), iar în celulele libere valorile sunt ≤ 0 (zero).

Deoarece în *tabelul nr. 7* au rezultat una sau mai multe diferenţe s_{ij} negative (în cazul analizat, două diferenţe negative), repartiţia obţinută prin metoda elementului minim pe linie (*tabelul nr. 2*) nu este cea optimă.

Se va aplica *metoda distributivă* pentru a realiza optimizarea acestei soluţii iniţiale.

Se alege celula cu diferenţa negativă cea mai mică (–7) şi în matricea cu soluţia iniţială de bază (*tabelul nr. 8*), din celula respectivă, se formează ciclul, conform algoritmului asociat metodei distributive.

În exemplul prezentat, dacă se analizează valoarea (–7), nu se modifică soluţia, deoarece valoarea rezultată pentru α din ciclul format (*tabelul nr. 8*) va fi zero:

$$x_{13} = \max \alpha = \min \{x_{31}, x_{21}\} = \min \{0, 4\} = 0$$

Tabelul nr. 8

Ai \ Bj	B1	B2	B3	B4	B5	ai
A1				10		10
A2	4-α		12+α			16
A3	α	10	0-α	0	4	14
Bj	4	10	12	10	4	40

Dacă se analizează valoarea (–3), din celula corespunzătoare acestei valori, se obţine ciclul prezentat în *tabelul nr. 9* şi, în acest caz, cantitatea care corespunde minimului dintre valorile x_{ij} ale colţurilor *pare* ale ciclului va fi:

$$x_{22} = \max \alpha = \min \{x_{32}, x_{23}\} = \min \{10, 12\} = 10$$

Tabelul nr. 9

Ai \ Bj	B1	B2	B3	B4	B5	ai
A1				10		10
A2	4	α	12-α			16
A3		10-α	0+α	0	4	14
bj	4	10	12	10	4	40

Se obţine o nouă repartiţie prezentată în *tabelul nr. 10*, iar *funcţia scop* are valoarea:

$$f = 748 + s_{22} \cdot x_{22} = 748 - 3 \cdot 10 = 718\ t \cdot km$$

Tabelul nr. 10

Ai \ Bj	B1	B2	B3	B4	B5	ai
A1	30	36	25	10/20	40	10
A2	4/15	10/21	2/10	30	24	16
A3	16	32	10/18	0/20	4/12	14
Bj	4	10	12	10	4	40

Pentru a vedea dacă soluţia obţinută în *tabelul nr. 10* este optimă, se reia algoritmul asociat metodei distributiv-modificate.

Se întocmeşte *tabelul nr. 11*.

Tabelul nr. 11

ui \ vj	v1	v2	v3	v4	v5
u1	30	36	25	20	40
u2	15	21	10	30	24
u3	16	32	18	20	12

Se realizează sistemul de ecuaţii:

$$\begin{aligned} &u_1+v_4 = 20\\ &u_2+v_1 = 15\\ &u_2+v_2 = 21\\ &u_2+v_3 = 10\\ &u_3+v_3 = 18\\ &u_3+v_4 = 20\\ &u_3+v_5 = 12 \end{aligned} \qquad (6)$$

cu soluţia: $u_1 = 0$; $u_2 = -8$; $u_3 = 0$; $v_1 = 23$; $v_2 = 29$; $v_3 = 18$; $v_4 = 20$; $v_5 = 12$.

Se întocmeşte *tabelul nr. 12*.

Tabelul nr. 12

ui \ vj	23	29	18	20	12
0	23	29	18	20	12
-8	15	21	10	12	4
0	23	29	18	20	12

Se construieşte o nouă matrice (*tabelul nr. 13*), cu diferenţele următoare:

$$s_{ij} = c_j - \overline{c_j} \quad i = \overline{1,m}, \; j = \overline{1,n}.$$

Tabelul nr. 13

ui \ vj	23	29	18	20	12
0	7	7	7	0	28
-8	0	0	0	18	20
0	- 7	3	0	0	0

Repartiţia din *tabelul nr. 10* nu este optimă, deoarece există, în *tabelul nr. 13,* valori negative ale diferenţelor $s_{ij} = c_j - \overline{c_j}$, astfel că se va aplica metoda distributivă pentru îmbunătăţirea soluţiei obţinute.

În matricea cu soluţia obţinută în *tabelul nr. 10*, prezentată în *tabelul nr. 14*, se formează ciclul corespunzător celulei cu valoarea (–7), corespunzător *tabelului nr. 13*.

Tabelul nr. 14

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1				**10**		**10**
A_2	**4-α**	**10**	**2+α**			**16**
A_3	α		**10-α**	**0**	**4**	**14**
B_j	**4**	**10**	**12**	**10**	**4**	**40**

Corespunzător ciclului realizat în *tabelul nr. 14*, se determină valoarea lui x_{31} şi o nouă repartiţie (*tabelul nr. 15*).

$x_{31} = \max \alpha = \min \{x_{33}, x_{21}\} = \min \{10, 4\} = 4$

Tabelul nr. 15

A_i \ B_j	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	a_i
A_1	30	36	25	**10/20**	40	**10**
A_2	15	**10/21**	**6/10**	30	24	**16**
A_3	**4/16**	32	**6/18**	**0/20**	**4/12**	**14**
B_j	**4**	**10**	**12**	**10**	**4**	**40**

Pentru a vedea dacă soluţia obţinută în *tabelul nr. 15* este optimă, se reia algoritmul metodei distributiv-modificate.

Se întocmeşte *tabelul nr. 16*.

Tabelul nr. 16

u_i \ v_j	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
u_1	30	36	25	20	40
u_2	15	21	10	30	24
u_3	16	32	18	20	12

Se realizează sistemul de ecuaţii:

$u_1+v_4 = 20$
$u_2+v_2 = 21$
$u_2+v_3 = 10$ (7)
$u_3+v_1 = 16$
$u_3+v_3 = 18$
$u_3+v_4 = 20$
$u_3+v_5 = 12$

cu soluţia: $u_1 = 0$; $u_2 = -8$; $u_3 = 0$; $v_1 = 16$; $v_2 = 29$; $v_3 = 18$; $v_4 = 20$; $v_5 = 12$.

Se întocmeşte *tabelul nr. 17*.

Tabelul nr. 17

u_i \ v_j	**16**	**29**	**18**	**20**	**12**
0	16	29	18	20	12
-8	8	21	10	12	4
0	16	29	18	20	12

Se construieşte o nouă matrice (*tabelul nr. 18*) cu diferenţele următoare:

$$s_{ij} = c_j - \overline{c_j} \quad i = \overline{1, m}, \; j = \overline{1, n}.$$

Tabelul nr. 18

u_i \ v_j	**23**	**29**	**18**	**20**	**12**
0	14	7	7	0	28
-8	7	0	0	18	20
0	0	3	0	0	0

Deoarece toate diferenţele $s_{ij} = c_{ij} - \overline{c_{ij}}$ din *tabelul nr. 18* sunt pozitive, rezultă că soluţia obţinută *în tabelul nr. 15* este soluţia *optimă*.

Funcţia-obiectiv are valoarea:

$f_{min} = 10 \cdot 20 + 10 \cdot 21 + 6 \cdot 10 + 4 \cdot 16 +$
$+ 6 \cdot 18 + 4 \cdot 12 = 690$ t·km

Utilizarea tehnicii de calcul

Programul Excel, prin componenta *Solver,* determină, în timp real, soluţia optimă. În *figura 1* sunt prezentate cele trei depozite (A1, A2, A3) şi cele cinci poligoane (B1, B2, B3, B4, B5), care trebuie să fie aprovizionate cu muniţie, coeficienţii c_{ij}, cantităţile din depozite şi necesarul pentru fiecare poligon (unitate) fiind cele prezentate în *tabelul nr. 1*. Fundamentarea deciziei, cu ajutorul tehnicii de calcul (componenta Solver/Excel), este prezentată în *figura 1*.

Optimizarea funcţiei-obiectiv, cu ajutorul tehnicii de calcul, constituie o cerinţă obligatorie a activităţilor desfăşurate în timp real. În cazul analizat, calculele laborioase sunt implementate obiectual în componenta Solver a programului

Excel. Se observă, astfel, cum tehnicile şi metodele de furnizare a soluţiei optime[3], prin metode tradiţionale, sunt înlocuite cu succes prin instrumente, dedicate unor tipuri de probleme din diverse domenii de activitate.

2 Gh. Ilie, I. Stoian, G. Alexandrescu, *Modelarea sistemelor şi proceselor*, Editura UNAp „Carol I”, Bucureşti, 2005, pp. 131-132.

3 Florentina-Loredana Dragomir, *The modelling of decisional problems*, Buletin UNAp „Carol I”, Bucureşti, 2017, pp. 72-75.

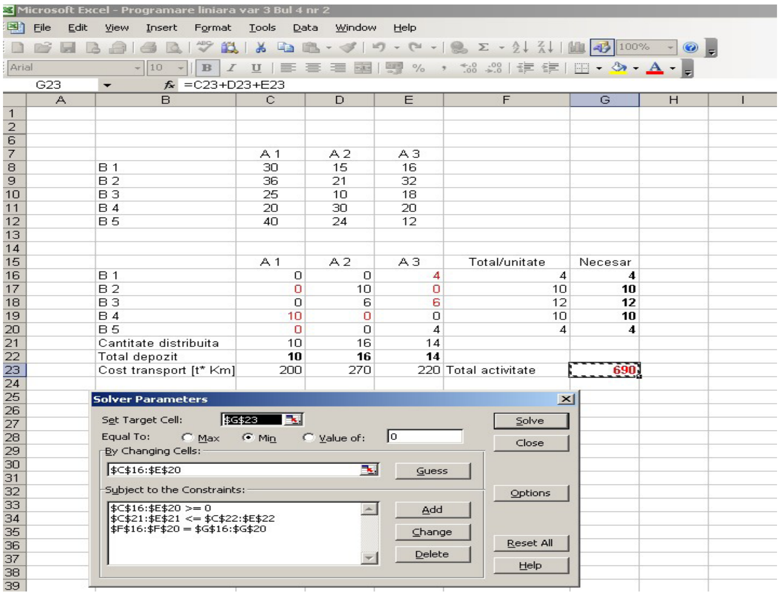

Fig. 1 *Utilizarea tehnicii de calcul în fundamentarea deciziei*

Funcţia-obiectiv obţinută cu ajutorul *tehnicii de calcul* (690 t km) are aceeaşi valoare ca şi funcţia obiectiv obţinută prin aplicarea celor două metode: *a elementului minim pe linie* (pentru identificarea unei soluţii iniţiale de bază) şi *a metodei distributiv-modificat*e (pentru optimizarea soluţiei iniţiale de bază).

Concluzii

Utilizarea tehnicii de calcul şi a tehnologiei moderne se pliază şi este neapărat necesară, în condiţiile unui spaţiu de luptă modern. Timpul de răspuns, esenţial în condiţiile unui teatru de operaţii, este un deziderat primordial al implementării unor instrumente tehnologice specializate, răspunzând, astfel, fundamentării deciziei în structurile de comandă.

NOTE:

1 Florentina-Loredana Dragomir, *Aspecte ale modelării proceselor specifice spaţiului de luptă*, Buletin UNAp „Carol I”, nr. 3, Bucureşti, 2017, pp. 12-14.

BIBLIOGRAFIE

Chase R., *Production and Operations Management*, Editura Irwin, Burr Ridge, Illinois, 2015.

Ilie Gh., *Conducerea proceselor economice*, Editura AISTEDA, Bucureşti, 2002.

Ilie Gh., Stoian I., Alexandrescu G., *Modelarea sistemelor şi proceselor*, Editura UNAp „Carol I”, Bucureşti, 2005.

Ionescu Gh., Cazan E., Negruţă A.L., *Modelarea şi optimizarea deciziilor manageriale*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1999.

Naianu B.P., Bălăşescu I., *Cercetarea operaţională – instrument al managementului*, Editura AISTEDA, 2000.

Stratulat F., *Teoria sistemelor – Analiză asistată de calculator a sistemelor liniare*, Editura MatrixRom, Bucureşti, 2000.